1 Concepto Informal de Computabilidad

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Computabilidad CCOS 257

Contenido

Conjuntos decidibles I

- La teoría de la computabilidad, también conocida como teoría de la recursión, es el área de las matemáticas que trata con el concepto de *procedimiento efectivo*, un procedimiento que se puede llevar a cabo siguiendo reglas específicas.

Conjuntos decidibles I

- La teoría de la computabilidad, también conocida como teoría de la recursión, es el área de las matemáticas que trata con el concepto de *procedimiento efectivo*, un procedimiento que se puede llevar a cabo siguiendo reglas específicas.
- Por ejemplo, podríamos preguntar si existe algún procedimiento efectivo -algún algoritmo- que, dada una sentencia sobre los enteros, decidirá si la sentencia es verdadera o falsa.

Conjuntos decidibles I

- La teoría de la computabilidad, también conocida como teoría de la recursión, es el área de las matemáticas que trata con el concepto de *procedimiento efectivo*, un procedimiento que se puede llevar a cabo siguiendo reglas específicas.
- Por ejemplo, podríamos preguntar si existe algún procedimiento efectivo -algún algoritmo- que, dada una sentencia sobre los enteros, decidirá si la sentencia es verdadera o falsa.
- En otras palabras, ¿es el conjunto de sentencias verdaderas sobre los enteros *decidible*? (Veremos posteriormente que la respuesta es negativa.)

Conjuntos decidibles II

- O un ejemplo más simple, el conjunto de números primos es ciertamente un conjunto decidible. Esto es, existen procedimientos muy mecánicos, los cuales se enseñan en las escuelas, para decidir si cualquier número entero dado es o no un número primo.

Conjuntos decidibles II

- O un ejemplo más simple, el conjunto de números primos es ciertamente un conjunto decidible. Esto es, existen procedimientos muy mecánicos, los cuales se enseñan en las escuelas, para decidir si cualquier número entero dado es o no un número primo.
- Para un número muy grande, el procedimiento enseñado en las escuelas prodría tardar mucho tiempo.

Conjuntos decidibles II

- O un ejemplo más simple, el conjunto de números primos es ciertamente un conjunto decidible. Esto es, existen procedimientos muy mecánicos, los cuales se enseñan en las escuelas, para decidir si cualquier número entero dado es o no un número primo.
- Para un número muy grande, el procedimiento enseñado en las escuelas prodría tardar mucho tiempo.
- Si queremos, podemos ejecutar un programa de computadora para ejecutar el procedimiento.

Conjuntos decidibles II

- O un ejemplo más simple, el conjunto de números primos es ciertamente un conjunto decidible. Esto es, existen procedimientos muy mecánicos, los cuales se enseñan en las escuelas, para decidir si cualquier número entero dado es o no un número primo.
- Para un número muy grande, el procedimiento enseñado en las escuelas prodría tardar mucho tiempo.
- Si queremos, podemos ejecutar un programa de computadora para ejecutar el procedimiento.
- Aún más simple, el conjunto de enteros pares es decidible. Podemos escribir un programa de computadora que, dado un entero, muy rápidamente decidirá si es o no par.

Conjuntos decidibles II

- O un ejemplo más simple, el conjunto de números primos es ciertamente un conjunto decidible. Esto es, existen procedimientos muy mecánicos, los cuales se enseñan en las escuelas, para decidir si cualquier número entero dado es o no un número primo.
- Para un número muy grande, el procedimiento enseñado en las escuelas prodría tardar mucho tiempo.
- Si queremos, podemos ejecutar un programa de computadora para ejecutar el procedimiento.
- Aún más simple, el conjunto de enteros pares es decidible. Podemos escribir un programa de computadora que, dado un entero, muy rápidamente decidirá si es o no par.
- Nuestro objetivo es estudiar qué problemas de decisión se pueden resolver (en principio) mediante un programa de computadora, y qué problemas de decisión (si hay) no se pueden resolver.

Conjuntos decidibles III

- De manera más general, considere un conjunto S de números naturales. (Los números naturales son 0, 1, 2, ... En particular 0 es natural).

Conjuntos decidibles III

- De manera más general, considere un conjunto S de números naturales. (Los números naturales son 0, 1, 2, ... En particular 0 es natural).
- Decimos que S es un conjunto *decidible* si existe un procedimiento efectivo que, dado cualquier número natural, eventualmente terminará dándonos la respuesta "Sí"si el número dado es un miembro de S y "No"si no es un miembro de S.

Conjuntos decidibles III

- De manera más general, considere un conjunto S de números naturales. (Los números naturales son 0, 1, 2, ... En particular 0 es natural).
- Decimos que S es un conjunto *decidible* si existe un procedimiento efectivo que, dado cualquier número natural, eventualmente terminará dándonos la respuesta "Sí"si el número dado es un miembro de S y "No"si no es un miembro de S.
- Inicialmente, vamos a examinar la computabilidad en el contexto de números naturales. Posteriormente, veremos que los conceptos de computabilidad pueden ser transferidos fácilmente al contexto de cadenas de letras de un alfabeto finito.

Conjuntos decidibles III

- De manera más general, considere un conjunto S de números naturales. (Los números naturales son 0, 1, 2, ... En particular 0 es natural).
- Decimos que S es un conjunto *decidible* si existe un procedimiento efectivo que, dado cualquier número natural, eventualmente terminará dándonos la respuesta “Sí”si el número dado es un miembro de S y “No”si no es un miembro de S.
- Inicialmente, vamos a examinar la computabilidad en el contexto de números naturales. Posteriormente, veremos que los conceptos de computabilidad pueden ser transferidos fácilmente al contexto de cadenas de letras de un alfabeto finito.
- En ese contexto, podemos considerar un conjunto S de cadenas, tal como el conjunto de ecuaciones, como $x(y+z)=xy+xz$, que se cumplen en el álgebra de números reales. Pero para empezar, consideraremos conjuntos de números naturales.

Conjuntos decidibles IV

- Y por un *procedimiento efectivo* entenderemos un procedimiento mediante el cual podemos dar instrucciones exactas -un programa- para llevar a cabo el procedimiento. Seguir estas instrucciones no debe demandar ideas brillantes de parte del agente (humano o máquina).

Conjuntos decidibles IV

- Y por un *procedimiento efectivo* entenderemos un procedimiento mediante el cual podemos dar instrucciones exactas -un programa- para llevar a cabo el procedimiento. Seguir estas instrucciones no debe demandar ideas brillantes de parte del agente (humano o máquina).
- Debe ser posible, al menos en principio, hacer las instrucciones tan explícitas que puedan ser ejecutadas por un empleado diligente (quien es muy bueno para seguir instrucciones pero no es muy ingenioso) o una máquina (la cual no piensa en absoluto).

Conjuntos decidibles IV

- Y por un *procedimiento efectivo* entenderemos un procedimiento mediante el cual podemos dar instrucciones exactas -un programa- para llevar a cabo el procedimiento. Seguir estas instrucciones no debe demandar ideas brillantes de parte del agente (humano o máquina).
- Debe ser posible, al menos en principio, hacer las instrucciones tan explícitas que puedan ser ejecutadas por un empleado diligente (quien es muy bueno para seguir instrucciones pero no es muy ingenioso) o una máquina (la cual no piensa en absoluto).
- Esto es, debe ser posible para nuestras instrucciones ser *implementadas mecánicamente*. Uno puede imaginar a un matemático tan brillante que pueda ver una sentencia de la aritmética y decir si es verdadera o falsa.

Conjuntos decidibles IV

- Y por un *procedimiento efectivo* entenderemos un procedimiento mediante el cual podemos dar instrucciones exactas -un programa- para llevar a cabo el procedimiento. Seguir estas instrucciones no debe demandar ideas brillantes de parte del agente (humano o máquina).
- Debe ser posible, al menos en principio, hacer las instrucciones tan explícitas que puedan ser ejecutadas por un empleado diligente (quien es muy bueno para seguir instrucciones pero no es muy ingenioso) o una máquina (la cual no piensa en absoluto).
- Esto es, debe ser posible para nuestras instrucciones ser *implementadas mecánicamente*. Uno puede imaginar a un matemático tan brillante que pueda ver una sentencia de la aritmética y decir si es verdadera o falsa.
- Pero no puede pedirle al oficinista que haga ésto. Y no exite un programa de computadora para hacer ésto.

Conjuntos decidibles IV

- Y por un *procedimiento efectivo* entenderemos un procedimiento mediante el cual podemos dar instrucciones exactas -un programa- para llevar a cabo el procedimiento. Seguir estas instrucciones no debe demandar ideas brillantes de parte del agente (humano o máquina).
- Debe ser posible, al menos en principio, hacer las instrucciones tan explícitas que puedan ser ejecutadas por un empleado diligente (quien es muy bueno para seguir instrucciones pero no es muy ingenioso) o una máquina (la cual no piensa en absoluto).
- Esto es, debe ser posible para nuestras instrucciones ser *implementadas mecánicamente*. Uno puede imaginar a un matemático tan brillante que pueda ver una sentencia de la aritmética y decir si es verdadera o falsa.
- Pero no puede pedirle al oficinista que haga ésto. Y no exite un programa de computadora para hacer ésto.
- No es solamente que no hemos tenido éxito al escribir tal programa. ¡Realmente podemos probar que no es posible que exista tal programa!

Conjuntos decidibles V

- No obstante estas instrucciones deben, por supuesto, ser de longitud finita, no imponemos alguna cota superior a su posible longitud.

Conjuntos decidibles V

- No obstante estas instrucciones deben, por supuesto, ser de longitud finita, no imponemos alguna cota superior a su posible longitud.
- No descartamos la posibilidad de que el número de instrucciones pueda ser absurdamente grande. Si el número de instrucciones excede al número de electrones en el universo, solamente nos encojeremos de hombros y decimos, “Este es un programa muy grande”.

Conjuntos decidibles V

- No obstante estas instrucciones deben, por supuesto, ser de longitud finita, no imponemos alguna cota superior a su posible longitud.
- No descartamos la posibilidad de que el número de instrucciones pueda ser absurdamente grande. Si el número de instrucciones excede al número de electrones en el universo, solamente nos encojeremos de hombros y decimos, "Este es un programa muy grande".
- Insistimos sólo en que las instrucciones -el programa- sean de longitud finita, para que podamos comunicarselas a la persona o máquina que haga los cálculos. (No hay manera de darle a alguien todo un objeto infinito.)

Conjuntos decidibles V

- No obstante estas instrucciones deben, por supuesto, ser de longitud finita, no imponemos alguna cota superior a su posible longitud.
- No descartamos la posibilidad de que el número de instrucciones pueda ser absurdamente grande. Si el número de instrucciones excede al número de electrones en el universo, solamente nos encojeremos de hombros y decimos, "Este es un programa muy grande".
- Insistimos sólo en que las instrucciones -el programa- sean de longitud finita, para que podamos comunicarselas a la persona o máquina que haga los cálculos. (No hay manera de darle a alguien todo un objeto infinito.)
- Similarmente, para obtener los conceptos más amplios, no imponemos cotas sobre el tiempo que el procedimiento pueda consumir antes de que nos dé la respuesta. Tampoco imponemos una cota sobre la cantidad de espacio de almacenamiento (papel de borrador) que el procedimiento pudiera necesitar.

Conjuntos decidibles VI

- El procedimiento puede, por ejemplo, necesitar utilizar números muy grandes que requieren una cantidad sustancial de espacio simplemente para escribirlos.

Conjuntos decidibles VI

- El procedimiento puede, por ejemplo, necesitar utilizar números muy grandes que requieren una cantidad sustancial de espacio simplemente para escribirlos.
- Sólamente insistiremos en que el procedimiento nos dé la respuesta eventualmente, en cierta extensión finita de tiempo. Lo que está excluido definitivamente es hacer infinitos pasos y *luego* dar la respuesta.

Conjuntos decidibles VI

- El procedimiento puede, por ejemplo, necesitar utilizar números muy grandes que requieren una cantidad sustancial de espacio simplemente para escribirlos.
- Sólamente insistiremos en que el procedimiento nos dé la respuesta eventualmente, en cierta extensión finita de tiempo. Lo que está excluido definitivamente es hacer infinitos pasos y *luego* dar la respuesta.
- En el capítulo 7, consideraremos conceptos más restrictivos, donde la cantidad de tiempo es limitada de alguna manera, así como excluiremos la posibilidad de tiempos de ejecución ridículamente grandes.

Conjuntos decidibles VI

- El procedimiento puede, por ejemplo, necesitar utilizar números muy grandes que requieren una cantidad sustancial de espacio simplemente para escribirlos.
- Sólamente insistiremos en que el procedimiento nos dé la respuesta eventualmente, en cierta extensión finita de tiempo. Lo que está excluido definitivamente es hacer infinitos pasos y *luego* dar la respuesta.
- En el capítulo 7, consideraremos conceptos más restrictivos, donde la cantidad de tiempo es limitada de alguna manera, así como excluiremos la posibilidad de tiempos de ejecución ridículamente grandes.
- Pero inicialmente, queremos evitar tales restricciones para obtener el caso límite, donde limitaciones prácticas sobre el tiempo de ejecución o espacio de memoria son eliminadas.

Conjuntos decidibles VI

- El procedimiento puede, por ejemplo, necesitar utilizar números muy grandes que requieren una cantidad sustancial de espacio simplemente para escribirlos.
- Sólamente insistiremos en que el procedimiento nos dé la respuesta eventualmente, en cierta extensión finita de tiempo. Lo que está excluido definitivamente es hacer infinitos pasos y *luego* dar la respuesta.
- En el capítulo 7, consideraremos conceptos más restrictivos, donde la cantidad de tiempo es limitada de alguna manera, así como excluiremos la posibilidad de tiempos de ejecución ridículamente grandes.
- Pero inicialmente, queremos evitar tales restricciones para obtener el caso límite, donde limitaciones prácticas sobre el tiempo de ejecución o espacio de memoria son eliminadas.
- Es bien conocido que en el mundo real la rapidez y capacidad de las computadoras ha estado creciendo sostenidamente.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.
- No obstante, la idea informal de lo que se puede hacer mediante un procedimiento efectivo, esto es, lo que es *calculable*, puede ser muy útil.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.
- No obstante, la idea informal de lo que se puede hacer mediante un procedimiento efectivo, esto es, lo que es *calculable*, puede ser muy útil.
- El rigor y la precisión pueden esperar hasta el *siguiente* capítulo. Primero necesitamos un sentido de hacia dónde vamos.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.
- No obstante, la idea informal de lo que se puede hacer mediante un procedimiento efectivo, esto es, lo que es *calculable*, puede ser muy útil.
- El rigor y la precisión pueden esperar hasta el *siguiente* capítulo. Primero necesitamos un sentido de hacia dónde vamos.
- Por ejemplo, cualquier conjunto finito de números naturales debe ser decidible. El programa para el procedimiento de decisión puede incluir simplemente una lista de todos los números en el conjunto.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.
- No obstante, la idea informal de lo que se puede hacer mediante un procedimiento efectivo, esto es, lo que es *calculable*, puede ser muy útil.
- El rigor y la precisión pueden esperar hasta el *siguiente* capítulo. Primero necesitamos un sentido de hacia dónde vamos.
- Por ejemplo, cualquier conjunto finito de números naturales debe ser decidible. El programa para el procedimiento de decisión puede incluir simplemente una lista de todos los números en el conjunto.
- Luego dado un número, el programa puede checarlo contra la lista.

Conjuntos decidibles VII

- Queremos ignorar la rapidez y capacidad reales, en su lugar queremos preguntar cuáles son los límites puramente teóricos.
- La descripción precedente de procedimiento efectivo es ciertamente vaga e imprecisa. En la siguiente sección, veremos como se puede hacer precisa esta descripción vaga, como el concepto se puede hacer un concepto *matemático*.
- No obstante, la idea informal de lo que se puede hacer mediante un procedimiento efectivo, esto es, lo que es *calculable*, puede ser muy útil.
- El rigor y la precisión pueden esperar hasta el *siguiente* capítulo. Primero necesitamos un sentido de hacia dónde vamos.
- Por ejemplo, cualquier conjunto finito de números naturales debe ser decidible. El programa para el procedimiento de decisión puede incluir simplemente una lista de todos los números en el conjunto.
- Luego dado un número, el programa puede checarlo contra la lista.
- Así, el concepto de decidibilidad sólo es interesante para conjuntos infinitos.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.
- Uno puede, por ejemplo, utilizar los conceptos de conjuntos contables e incontables.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.
- Uno puede, por ejemplo, utilizar los conceptos de conjuntos contables e incontables.
- No es difícil ver que la cantidad de posibles secuencias finitas de instrucciones, que uno puede escribir, (digamos que usando un teclado estándar) es numerable.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.
- Uno puede, por ejemplo, utilizar los conceptos de conjuntos contables e incontables.
- No es difícil ver que la cantidad de posibles secuencias finitas de instrucciones, que uno puede escribir, (digamos que usando un teclado estándar) es numerable.
- Pero existe una cantidad incontable de conjuntos de números naturales (por el argumento diagonal de Cantor). Se sigue que casi todos los conjuntos, en un sentido, son *indecidibles*.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.
- Uno puede, por ejemplo, utilizar los conceptos de conjuntos contables e incontables.
- No es difícil ver que la cantidad de posibles secuencias finitas de instrucciones, que uno puede escribir, (digamos que usando un teclado estándar) es numerable.
- Pero existe una cantidad incontable de conjuntos de números naturales (por el argumento diagonal de Cantor). Se sigue que casi todos los conjuntos, en un sentido, son *indecidibles*.
- El hecho de que no todo conjunto es decidible es relevante a la teoría de la computación. El hecho de que existe un límite a lo que puede ser realizado por un procedimiento efectivo significa que existe un límite a lo que puede -aún en principio- hacerse mediante programas de computadora.

Conjuntos decidibles VIII

- Nuestra descripción de procedimientos efectivos, vaga como es, ya muestra que tan limitante es el concepto de decidibilidad.
- Uno puede, por ejemplo, utilizar los conceptos de conjuntos contables e incontables.
- No es difícil ver que la cantidad de posibles secuencias finitas de instrucciones, que uno puede escribir, (digamos que usando un teclado estándar) es numerable.
- Pero existe una cantidad incontable de conjuntos de números naturales (por el argumento diagonal de Cantor). Se sigue que casi todos los conjuntos, en un sentido, son *indecidibles*.
- El hecho de que no todo conjunto es decidible es relevante a la teoría de la computación. El hecho de que existe un límite a lo que puede ser realizado por un procedimiento efectivo significa que existe un límite a lo que puede -aún en principio- hacerse mediante programas de computadora.
- Y esto dispara las preguntas: ¿Qué se puede hacer? ¿Qué no se puede hacer?

Conjuntos decidibles IX

- Históricamente, la teoría de la computabilidad surgió antes del desarrollo de las computadoras digitales.

Conjuntos decidibles IX

- Históricamente, la teoría de la computabilidad surgió antes del desarrollo de las computadoras digitales.
- La teoría de la computabilidad es relevante a ciertas consideraciones en lógica matemática. En el corazón de la actividad matemática está la demostración de teoremas.

Conjuntos decidibles IX

- Históricamente, la teoría de la computabilidad surgió antes del desarrollo de las computadoras digitales.
- La teoría de la computabilidad es relevante a ciertas consideraciones en lógica matemática. En el corazón de la actividad matemática está la demostración de teoremas.
- Considere lo que se requiere para que una cadena de símbolos constituya una “demostración matemática aceptable”.

Conjuntos decidibles IX

- Históricamente, la teoría de la computabilidad surgió antes del desarrollo de las computadoras digitales.
- La teoría de la computabilidad es relevante a ciertas consideraciones en lógica matemática. En el corazón de la actividad matemática está la demostración de teoremas.
- Considere lo que se requiere para que una cadena de símbolos constituya una "demostración matemática aceptable".
- Antes de aceptar una demostración, y agregar el resultado que fue demostrado a nuestro almacén de conocimiento matemático, insistimos en que la demostración sea *verificable*.

Conjuntos decidibles X

- Esto es, debe ser posible que otro matemático, tal como el árbitro del artículo que contiene la demostración, cheque, paso a paso, la corrección de la demostración.

Conjuntos decidibles X

- Esto es, debe ser posible que otro matemático, tal como el árbitro del artículo que contiene la demostración, cheque, paso a paso, la corrección de la demostración.
- Eventualmente, el árbitro o concluye que la demostración en realidad es correcta o concluye que la prueba contiene un hueco o un error y que por lo tanto aún no es aceptable.

Conjuntos decidibles X

- Esto es, debe ser posible que otro matemático, tal como el árbitro del artículo que contiene la demostración, cheque, paso a paso, la corrección de la demostración.
- Eventualmente, el árbitro o concluye que la demostración en realidad es correcta o concluye que la prueba contiene un hueco o un error y que por lo tanto aún no es aceptable.
- Esto es, el conjunto de demostraciones matemáticas aceptables -pensadas como cadenas de símbolos- debe ser decidible. Este hecho veremos (en un capítulo posterior) que tiene consecuencias significativas para lo que puede y no puede ser demostrado.

Conjuntos decidibles X

- Esto es, debe ser posible que otro matemático, tal como el árbitro del artículo que contiene la demostración, cheque, paso a paso, la corrección de la demostración.
- Eventualmente, el árbitro o concluye que la demostración en realidad es correcta o concluye que la prueba contiene un hueco o un error y que por lo tanto aún no es aceptable.
- Esto es, el conjunto de demostraciones matemáticas aceptables -pensadas como cadenas de símbolos- debe ser decidible. Este hecho veremos (en un capítulo posterior) que tiene consecuencias significativas para lo que puede y no puede ser demostrado.
- Concluimos que la teoría de la computabilidad es relevante a los fundamentos de las matemáticas.

Conjuntos decidibles X

- Esto es, debe ser posible que otro matemático, tal como el árbitro del artículo que contiene la demostración, cheque, paso a paso, la corrección de la demostración.
- Eventualmente, el árbitro o concluye que la demostración en realidad es correcta o concluye que la prueba contiene un hueco o un error y que por lo tanto aún no es aceptable.
- Esto es, el conjunto de demostraciones matemáticas aceptables -pensadas como cadenas de símbolos- debe ser decidible. Este hecho veremos (en un capítulo posterior) que tiene consecuencias significativas para lo que puede y no puede ser demostrado.
- Concluimos que la teoría de la computabilidad es relevante a los fundamentos de las matemáticas.
- Pero si los lógicos no hubieran inventado el concepto de computabilidad, los computólogos lo hubieran hecho más tarde.

Funciones calculables I

- Antes de continuar, debemos ampliar nuestras consideraciones sobre conjuntos decidibles e indecidibles y extenderlas a la situación más general de las *funciones parciales*.

Funciones calculables I

- Antes de continuar, debemos ampliar nuestras consideraciones sobre conjuntos decidibles e indecidibles y extenderlas a la situación más general de las *funciones parciales*.
- Sea $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ el conjunto de números naturales.

Funciones calculables I

- Antes de continuar, debemos ampliar nuestras consideraciones sobre conjuntos decidibles e indecidibles y extenderlas a la situación más general de las *funciones parciales*.
- Sea $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ el conjunto de números naturales.
- Entonces, un ejemplo de una función de aridad-dos sobre $\mathbb{N}$ es la función sustracción

$$g(m,n) = \begin{cases} m - n & \text{si } m \geq n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(donde hemos evitado números negativos).

Funciones calculables II

- Una función sustracción diferente es la función "parcial"

$$f(m,n) = \begin{cases} m - n & \text{si } m \geq n \\ \uparrow & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde "$\uparrow$" indica que la función está indefinida.

Funciones calculables II

- Una función sustracción diferente es la función "parcial"

$$f(m,n) = \begin{cases} m - n & \text{si } m \geq n \\ \uparrow & \text{en otro caso} \end{cases}$$

  donde "$\uparrow$" indica que la función está indefinida.

- Así $f(5,2) = 3$, pero $f(2,5)$ está indefinida, el par $(2,5)$ no está en el dominio de f.

Funciones calculables III

- En general, decimos que una *función parcial* de aridad-k sobre $\mathbb{N}$ es una función cuyo dominio es algún conjunto de tuplas-k de números naturales y cuyos valores son números naturales.

Funciones calculables III

- En general, decimos que una *función parcial* de aridad-k sobre $\mathbb{N}$ es una función cuyo dominio es algún conjunto de tuplas-k de números naturales y cuyos valores son números naturales.
- En otras palabras, para una función parcial f de aridad-k y una tupla-k $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$, posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté definida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ está en el dominio de f), en cuyo caso el valor de la función está en $\mathbb{N}$, y posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté indefinida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ no está en el dominio de f).

Funciones calculables III

- En general, decimos que una *función parcial* de aridad-k sobre $\mathbb{N}$ es una función cuyo dominio es algún conjunto de tuplas-k de números naturales y cuyos valores son números naturales.
- En otras palabras, para una función parcial f de aridad-k y una tupla-k $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$, posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté definida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ está en el dominio de f), en cuyo caso el valor de la función está en $\mathbb{N}$, y posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté indefinida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ no está en el dominio de f).
- En un extremo, existen funciones parciales cuyos dominios son el conjunto $\mathbb{N}^k$ de todas las tuplas-k; de tales funciones se dice que son *totales*.

Funciones calculables III

- En general, decimos que una *función parcial* de aridad-k sobre $\mathbb{N}$ es una función cuyo dominio es algún conjunto de tuplas-k de números naturales y cuyos valores son números naturales.
- En otras palabras, para una función parcial f de aridad-k y una tupla-k $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$, posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté definida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ está en el dominio de f), en cuyo caso el valor de la función está en $\mathbb{N}$, y posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté indefinida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ no está en el dominio de f).
- En un extremo, existen funciones parciales cuyos dominios son el conjunto $\mathbb{N}^k$ de todas las tuplas-k; de tales funciones se dice que son *totales*.
- El adjetivo "parcial" cubre tanto a las funciones que son totales como a las funciones que no son totales.

Funciones calculables III

- En general, decimos que una *función parcial* de aridad-k sobre $\mathbb{N}$ es una función cuyo dominio es algún conjunto de tuplas-k de números naturales y cuyos valores son números naturales.
- En otras palabras, para una función parcial f de aridad-k y una tupla-k $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$, posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté definida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ está en el dominio de f), en cuyo caso el valor de la función está en $\mathbb{N}$, y posiblemente $f(x_1, \ldots, x_k)$ esté indefinida (es decir, $\langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ no está en el dominio de f).
- En un extremo, existen funciones parciales cuyos dominios son el conjunto $\mathbb{N}^k$ de todas las tuplas-k; de tales funciones se dice que son *totales*.
- El adjetivo "parcial" cubre tanto a las funciones que son totales como a las funciones que no son totales.
- En el otro extremo, existe la función vacía, esto es, la función que está definida en ninguna parte.

Funciones calculables IV

- La función vacía puede no parecer particularmente útil, pero cuenta como una de las funciones parciales de aridad-k.

Funciones calculables IV

- La función vacía puede no parecer particularmente útil, pero cuenta como una de las funciones parciales de aridad-k.
- Para una función parcial f de aridad-k, decimos que f es una *función parcial calculable efectivamente* si existe un procedimiento efectivo con la siguiente propiedad:

Funciones calculables IV

- La función vacía puede no parecer particularmente útil, pero cuenta como una de las funciones parciales de aridad-k.
- Para una función parcial f de aridad-k, decimos que f es una *función parcial calculable efectivamente* si existe un procedimiento efectivo con la siguiente propiedad:
  - Dada una tupla-k $\vec{x}$ en el dominio de f, el procedimiento eventualmente regresa el valor correcto de $f(\vec{x})$ y para.

Funciones calculables IV

- La función vacía puede no parecer particularmente útil, pero cuenta como una de las funciones parciales de aridad-k.
- Para una función parcial f de aridad-k, decimos que f es una *función parcial calculable efectivamente* si existe un procedimiento efectivo con la siguiente propiedad:
  - Dada una tupla-k $\vec{x}$ en el dominio de f, el procedimiento eventualmente regresa el valor correcto de $f(\vec{x})$ y para.
  - Dada una tupla-k $\vec{x}$ *no* en el dominio de f, el procedimiento no regresa un valor y no para.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.
- La comunicación requiere lenguage.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.
- La comunicación requiere lenguage.
- Sin embargo, continuaremos hablando de sean "m y n números dados" y así sucesivamente.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.
- La comunicación requiere lenguage.
- Sin embargo, continuaremos hablando de sean "m y n números dados" y así sucesivamente.
- Pero en unos pocos puntos, necesitaremos ser más exáctos y tomar en cuenta el hecho de que a un procedimiento se le dan numerales.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.
- La comunicación requiere lenguage.
- Sin embargo, continuaremos hablando de sean "m y n números dados" y así sucesivamente.
- Pero en unos pocos puntos, necesitaremos ser más exáctos y tomar en cuenta el hecho de que a un procedimiento se le dan numerales.
- Hubo un tiempo en los 1960s cuando, como parte de la "nueva matemática", a los profesores de educación básica se les animó para que distinguieran cuidadosamente entre números y numerales.

Funciones calculables V

- Aquí hay detalle:
- ¿Cómo se puede dar un número?
- Para comunicar un número x al procedimiento, enviamos el *numeral* para x). Los numerales son trozos de lenguage que se pueden comunicar. Los números no.
- La comunicación requiere lenguage.
- Sin embargo, continuaremos hablando de sean "m y n números dados" y así sucesivamente.
- Pero en unos pocos puntos, necesitaremos ser más exáctos y tomar en cuenta el hecho de que a un procedimiento se le dan numerales.
- Hubo un tiempo en los 1960s cuando, como parte de la "nueva matemática", a los profesores de educación básica se les animó para que distinguieran cuidadosamente entre números y numerales.
- Esta fue una buena idea que no funcionó.

Funciones calculables VI

- Por ejemplo, la función parcial para sustracción

$$f(m,n) = \begin{cases} m - n & \text{si } m \geq n \\ \uparrow & \text{en otro caso} \end{cases}$$

es calculable efectivamente, los procedimientos para calcularla, usando numerales en base-10, se enseñan en educación básica.

Funciones calculables VI

- Por ejemplo, la función parcial para sustracción

$$f(m,n) = \begin{cases} m - n & \text{si } m \geq n \\ \uparrow & \text{en otro caso} \end{cases}$$

  es calculable efectivamente, los procedimientos para calcularla, usando numerales en base-10, se enseñan en educación básica.
- La función vacía es calculable efectivamente. El procedimiento efectivo para ella, dada una tupla-k, no necesita hacer algo en particular. Pero no debe parar ni regresar un valor.

Funciones calculables VII

- El concepto de decidibilidad puede ahora ser descrito en términos de funciones. Para un subconjunto S de $\mathbb{N}^k$, podemos decir que S es *decidible* ssi su función característica

$$C_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \text{No} & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

(la cual siempre es total) es calculable efectivamente. Aquí "Sí" y "No" son números fijos de $\mathbb{N}$, tales como 1 y 0.

Funciones calculables VII

- El concepto de decidibilidad puede ahora ser descrito en términos de funciones. Para un subconjunto S de $\mathbb{N}^k$, podemos decir que S es *decidible* ssi su función característica

$$C_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \text{No} & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

  (la cual siempre es total) es calculable efectivamente. Aquí "Sí" y "No" son números fijos de $\mathbb{N}$, tales como 1 y 0.

- Esa palabra "ssi" en el párrafo anterior significa "si y sólo si". Esta es un trozo de jerga matemática que ha demostrado ser tan útil que se ha convertido en una parte estándar de la forma de hablar en matemáticas.

- El concepto de decidibilidad puede ahora ser descrito en términos de funciones. Para un subconjunto S de $\mathbb{N}^k$, podemos decir que S es *decidible* ssi su función característica

$$C_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \text{No} & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

  (la cual siempre es total) es calculable efectivamente. Aquí "Sí" y "No" son números fijos de $\mathbb{N}$, tales como 1 y 0.
- Esa palabra "ssi" en el párrafo anterior significa "si y sólo si". Esta es un trozo de jerga matemática que ha demostrado ser tan útil que se ha convertido en una parte estándar de la forma de hablar en matemáticas.
- Aquí, si $k = 1$, entonces S es un conjunto de números. Si $k = 2$, entonces tenemos el concepto de una relación binaria decidible sobre números, y así sucesivamente.

Funciones calculables VIII

- Tome, por ejemplo, la relación de divisibilidad, esto es, el conjunto de pares $\langle m, n \rangle$ tales que m divide a n exactamente.

Funciones calculables VIII

- Tome, por ejemplo, la relación de divisibilidad, esto es, el conjunto de pares $\langle m, n \rangle$ tales que m divide a n exactamente.
- Para que todo esté definido, asuma que 0 divide sólo a sí mismo.

Funciones calculables VIII

- Tome, por ejemplo, la relación de divisibilidad, esto es, el conjunto de pares $\langle m, n \rangle$ tales que m divide a n exactamente.
- Para que todo esté definido, asuma que 0 divide sólo a sí mismo.
- La relación de divisibilidad es decidible ya que, dados m y n, podemos efectuar el algoritmo de división que todos aprendimos en cuarto año y ver si el residuo es cero o distinto de cero.

Ejemplo 1

Ejemplo 1

Cualquier función total constante sobre $\mathbb{N}$ es calculable efectivamente. Suponga, for ejemplo, $f(x) = 36$ para todo $x \in \mathbb{N}$. Hay un procedimiento obvio para calcular f; ignora la entrada y escribe "36" como salida. Esto puede parecer una trivialidad, pero compárelo con el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2

Ejemplo 2

Defina la función F como sigue

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{si la conjetura de Goldbach es verdadera} \\ 0 & \text{si la conjetura de Goldbach es falsa} \end{cases}$$

Funciones calculables IX

- La conjetura de Goldbach enuncia que todo entero par mayor que 2 es la suma de dos primos; por ejemplo, $22 = 5 + 17$.

Funciones calculables IX

- La conjetura de Goldbach enuncia que todo entero par mayor que 2 es la suma de dos primos; por ejemplo, $22 = 5 + 17$.
- Esta conjetura sigue siendo un problema abierto en matemáticas. ¿Esta función F es calculable efectivamente? (Elija su respuesta antes de leer el siguiente párrafo.)

Funciones calculables IX

- La conjetura de Goldbach enuncia que todo entero par mayor que 2 es la suma de dos primos; por ejemplo, $22 = 5 + 17$.
- Esta conjetura sigue siendo un problema abierto en matemáticas. ¿Esta función F es calculable efectivamente? (Elija su respuesta antes de leer el siguiente párrafo.)
- Observe que F es una función total constante. (La lógica clásica entra aquí: O existe un número par que sirva como contraejemplo o no existe.)

- La conjetura de Goldbach enuncia que todo entero par mayor que 2 es la suma de dos primos; por ejemplo, $22 = 5 + 17$.
- Esta conjetura sigue siendo un problema abierto en matemáticas. ¿Esta función F es calculable efectivamente? (Elija su respuesta antes de leer el siguiente párrafo.)
- Observe que F es una función total constante. (La lógica clásica entra aquí: O existe un número par que sirva como contraejemplo o no existe.)
- Así como se señaló en el ejemplo anterior, F es calculable efectivamente. ¿Cuál es entonces un procedimiento para calcular F?

Funciones calculables IX

- La conjetura de Goldbach enuncia que todo entero par mayor que 2 es la suma de dos primos; por ejemplo, $22 = 5 + 17$.
- Esta conjetura sigue siendo un problema abierto en matemáticas. ¿Esta función F es calculable efectivamente? (Elija su respuesta antes de leer el siguiente párrafo.)
- Observe que F es una función total constante. (La lógica clásica entra aquí: O existe un número par que sirva como contraejemplo o no existe.)
- Así como se señaló en el ejemplo anterior, F es calculable efectivamente. ¿Cuál es entonces un procedimiento para calcular F?
- No lo sé, pero te puedo dar dos procedimientos teniendo la confianza de que uno de ellos calcula F.

Funciones calculables X

- El punto de este ejemplo es que la calculabilidad efectiva es una propiedad de la función en sí misma, no es una propiedad de alguna descripción lingüística usada para especificar la función. (Uno dice que la propiedad de calculabilidad efectiva es *extensional*.)

Funciones calculables X

- El punto de este ejemplo es que la calculabilidad efectiva es una propiedad de la función en sí misma, no es una propiedad de alguna descripción lingüística usada para especificar la función. (Uno dice que la propiedad de calculabilidad efectiva es *extensional*.)
- Existen muchas frases en Español que servirían para definir F. Para que una función sea calculable efectivamente, debe existir (en sentido matemático) un procedimiento efectivo para calcularla.

Funciones calculables X

- El punto de este ejemplo es que la calculabilidad efectiva es una propiedad de la función en sí misma, no es una propiedad de alguna descripción lingüística usada para especificar la función. (Uno dice que la propiedad de calculabilidad efectiva es *extensional*.)
- Existen muchas frases en Español que servirían para definir F. Para que una función sea calculable efectivamente, debe existir (en sentido matemático) un procedimiento efectivo para calcularla.
- Que no es lo mismo que decir que tienes ese procedimiento en la mano.

Funciones calculables X

- El punto de este ejemplo es que la calculabilidad efectiva es una propiedad de la función en sí misma, no es una propiedad de alguna descripción lingüística usada para especificar la función. (Uno dice que la propiedad de calculabilidad efectiva es *extensional*.)
- Existen muchas frases en Español que servirían para definir F. Para que una función sea calculable efectivamente, debe existir (en sentido matemático) un procedimiento efectivo para calcularla.
- Que no es lo mismo que decir que tienes ese procedimiento en la mano.
- Si en el año 2083, alguna criatura en el universo prueba (o refuta) la conjetura de Goldbach, entonces eso no significa que F cambie de repente de no calculable a calculable. Siempre fue calculable.

Funciones calculables X

- El punto de este ejemplo es que la calculabilidad efectiva es una propiedad de la función en sí misma, no es una propiedad de alguna descripción lingüística usada para especificar la función. (Uno dice que la propiedad de calculabilidad efectiva es *extensional*.)
- Existen muchas frases en Español que servirían para definir F. Para que una función sea calculable efectivamente, debe existir (en sentido matemático) un procedimiento efectivo para calcularla.
- Que no es lo mismo que decir que tienes ese procedimiento en la mano.
- Si en el año 2083, alguna criatura en el universo prueba (o refuta) la conjetura de Goldbach, entonces eso no significa que F cambie de repente de no calculable a calculable. Siempre fue calculable.
- No obstante, posteriormente habrá situaciones en las que querremos más que la mera existencia un procedimiento efectivo P; querremos alguna manera para encontrar realmente a P, dadas algunas pistas apropiadas. Esto es para después.

Funciones calculables XI

- Es muy natural extender estos conceptos a la situación donde tenemos la mitad de decidibilidad: Decimos que S es *semidecidible* si su "función semicaracterística"

$$c_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \uparrow & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

es una función parcial calculable efectivamente.

Funciones calculables XI

- Es muy natural extender estos conceptos a la situación donde tenemos la mitad de decidibilidad: Decimos que S es *semidecidible* si su "función semicaracterística"

$$c_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \uparrow & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

  es una función parcial calculable efectivamente.
- Así, un conjunto S de números es semidecidible si existe un procedimiento efectivo para *reconocer* a los miembros de S.

Funciones calculables XI

- Es muy natural extender estos conceptos a la situación donde tenemos la mitad de decidibilidad: Decimos que S es *semidecidible* si su "función semicaracterística"

$$c_S(\vec{x}) = \begin{cases} \text{Sí} & \text{si } \vec{x} \in S \\ \uparrow & \text{si } \vec{x} \notin S \end{cases}$$

  es una función parcial calculable efectivamente.
- Así, un conjunto S de números es semidecidible si existe un procedimiento efectivo para *reconocer* a los miembros de S.
- Podemos pensar en S como el conjunto que el procedimiento *acepta*. Y el procedimiento efectivo, si bien no es un procedimiento de decisión, es al menos un procedimiento de *aceptación*.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción "escribe No" por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción “escribe No” por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción "escribe No" por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción “escribe No” por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.
- El problema con la función semicaracterística es que nunca produce una respuesta No.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción "escribe No" por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.
- El problema con la función semicaracterística es que nunca produce una respuesta No.
- Suponga que hemos estado calculando $c_S(\vec{x})$ por 37 años y el procedimiento aún no ha terminado.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción "escribe No" por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.
- El problema con la función semicaracterística es que nunca produce una respuesta No.
- Suponga que hemos estado calculando $c_S(\vec{x})$ por 37 años y el procedimiento aún no ha terminado.
- ¿Debemos rendirnos y concluir que $\vec{x}$ no está en S?

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción “escribe No” por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.
- El problema con la función semicaracterística es que nunca produce una respuesta No.
- Suponga que hemos estado calculando $c_S(\vec{x})$ por 37 años y el procedimiento aún no ha terminado.
- ¿Debemos rendirnos y concluir que $\vec{x}$ no está en S?
- O quizás trabajando sólo otros diez minutos produciría la información de que $\vec{x}$ pertenece a S.

- Cualquier conjunto decidible es también semidecidible.
- Si tenemos un procedimiento efectivo que calcula la función característica C_S, entonces podemos convertirlo en un procedimiento efectivo que calcule la función semicaracterística c_S.
- Simplemente reemplazamos cada instrucción "escribe No" por un ciclo interminable. O más informalmente, simplemente destornillamos el foco No.
- ¿Qué sobre la inversa?
- ¿Existen conjuntos semidecidibles que no son decidibles? Veremos que en verdad existen.
- El problema con la función semicaracterística es que nunca produce una respuesta No.
- Suponga que hemos estado calculando $c_S(\vec{x})$ por 37 años y el procedimiento aún no ha terminado.
- ¿Debemos rendirnos y concluir que $\vec{x}$ no está en S?
- O quizás trabajando sólo otros diez minutos produciría la información de que $\vec{x}$ pertenece a S.
- No hay, en general, manera de saberlo.